

## KONZEPT ZUR INTEGRATION ELASTISCHER DEFORMATIONEN IN DIE RECHNERUNTERSTÜTZTE TOLERANZANALYSE

*Ralph Lustig, Harald Meerkamm*

### Kurzfassung

Das funktionale Verhalten technischer Systeme basiert zum einen auf Toleranzen und Passungen sowie auf dem elastostatischen und dynamischen Verhalten des Systems. Die existierenden Interdependenzen zwischen der Bauteil- und Baugruppentolerierung sowie dem elastischen Materialverhalten sind funktional von großer Wichtigkeit (z.B. Werkzeugmaschinenbau, Medizintechnik, Optik usw.) und stellen an den Produktentwickler neue Anforderungen, die er erfüllen muss. Bereits bei der Baugruppenmontage (Design for Assembly) werden Eigenspannungen und Deformationen eingebracht, die Einfluss auf das Montageergebnis haben. Im Rahmen dieser Arbeit soll aufsetzend auf Arbeiten am Lehrstuhl [2] eine Vorgehensweise (weiter)entwickelt werden, die eine gemeinsame Verarbeitung elastischer Deformationen und Toleranzangaben ermöglicht.

### 1 Stand der Technik und Motivation

Simulationswerkzeuge unterstützen den Produktentwickler in heutiger Zeit auf eine sehr vielfältige Art und Weise: lineare und nicht-lineare Finite-Elemente-Ansätze, Umformsimulationen, Bewegungs- und Crashsimulationen, Toleranzanalysen. Trotz des großen Umfangs an Möglichkeiten können die realen Verhältnisse noch nicht hinreichend genau abgebildet werden. Zum aktuellen Stand der Technik lassen sich, unter einigen Prämissen, derzeit verlässlich Fertigungstoleranzen und deren Einfluss auf eine komplette Baugruppe statistisch simulieren und auswerten. Einschränkungen müssen momentan hinsichtlich der Abbildung des Materialverhaltens (Konstitution), der äußeren Einflüsse (Kinetik) und der Bewegung (Kinematik) hingenommen werden. Dass aber alle diese drei Faktoren das Montageergebnis wesentlich verändern können, ist bekannt, jedoch sind diese noch in keiner Toleranzanalyse-Software integriert.

Ein Ansatz der Kopplung elastischer Deformationen und Spielpassungen in Gelenken findet sich in [3]. Hier wird innerhalb der Mehrkörpersimulation die relative Lage einzelner Körper im Verbund abhängig von der Paarungs- und Toleranzsituation ausgerichtet und berechnet. Die verlagerte und verkippte Paarungssituation verlangt neue angepasste Randbedingungen für die Simulation des elastischen Verhaltens eines Körpers.

### 2 Bestehendes Konzept

Das Konzept (Bild 1) [1] zur Integration von elastischen Deformationen in die rechnerunterstützte Toleranzanalyse basiert auf der Repräsentation von technischen Oberflächen mit mathematischen Hilfsmitteln. Allgemein gesprochen kann jede Oberfläche durch eine Gleichung approximiert werden [4], die unter anderem einen Welligkeitsanteil enthält. Da elastische Deformationen und Fertigungsabweichungen in technisch relevanten Anwendungsfällen häufig einen wellenartigen Charakter haben (z. B. regelmäßige Verteilung von Befestigungsbohrungen an Flanschen, n-Bogen Gleichdick in der Toleranzverarbeitung, hervorgerufen durch Schwingungen oder Verspannungen), lässt sich für beide Einflüsse jeweils eine mathematische Funktion aufstellen, die die Oberflächenveränderung in ausreichender Genauigkeit repräsentiert.

## 2.1 Ermittlung der Welligkeitsfunktion

Bisher konnten lediglich linienhafte Funktionen berücksichtigt werden [2], weshalb die Umsetzung nur für den eindimensionalen Fall Gültigkeit besitzt. Eine derartige Gleichung muss sowohl für die elastischen Deformationen, als auch für die innerhalb der Toleranzzone liegenden Fertigungsabweichungen aufgestellt werden. Anschließend lassen sich die Gleichungen durch Superposition für jede beteiligte Kontaktfläche überlagern, woraus eine integrale Beschreibung der beteiligten Bauteilflächen resultiert. Die vier statistischen Momente, die zur Einbindung der gewonnenen Informationen in ein Simulationssystem dienen, werden aus der Gesamtgleichung mathematisch berechnet. Von besonderer Wichtigkeit für die hybride Simulation sind Nenngeometrie, Standardabweichung, Schiefe sowie Wölbung, als statistische Momente Nummer eins, zwei, drei und vier. Diese lassen sich in ein kommerzielles Toleranzanalyzesystem [7] integrieren, das den Kern der hybriden Simulation darstellt.

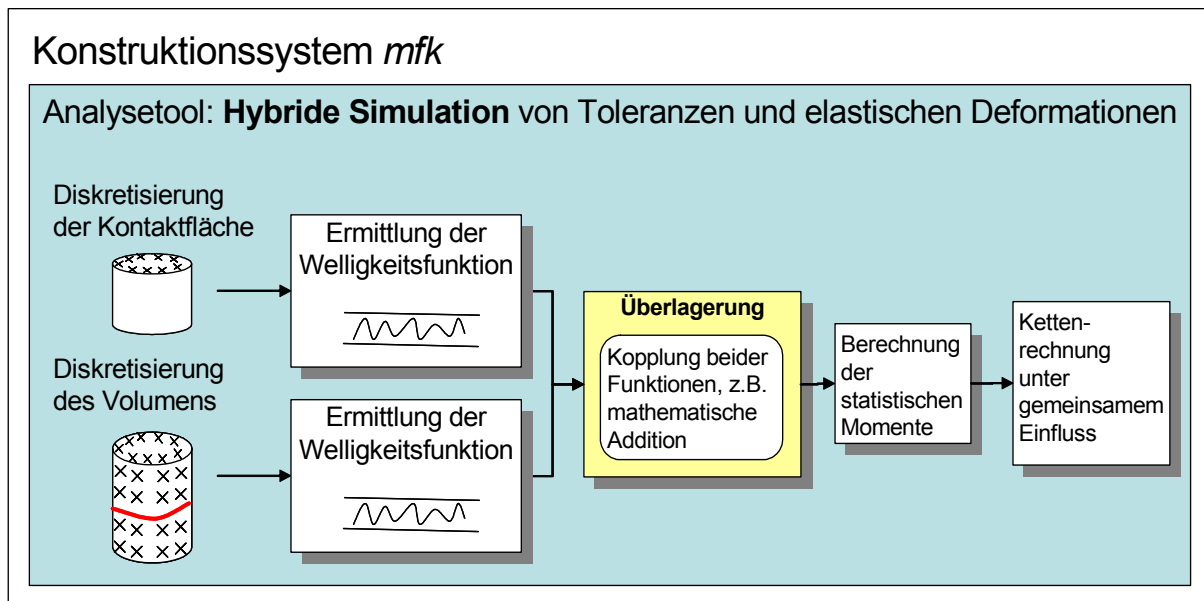


Bild 1: Grundlegendes Konzept

## 2.2 Kopplung der Funktionen

Die Kopplung der beiden gewonnenen Funktionen stellt Bild 2 dar. Zunächst wird die Kontaktsituation ausgewertet für jede beteiligte Paarung. Individuell für jede tolerierte Fläche der Paarung wird die Verteilung innerhalb der Toleranzzone ermittelt.

Für die erste Fläche ergibt sich:  $f_1(x) = y_{f_1}(x) + y_e(x)$

Für die zweite Fläche ergibt sich:  $f_2(x) = y_{f_2}(x) - y_e(x)$

Die additive Überlagerung beider Funktionen ergibt:  $f_1(x) + f_2(x + \vartheta)$

Mit der Phasenverschiebung als weiteren Freiheitsgrad lässt sich die relative Verschiebung beider Komponenten in der Paarungssituation abbilden.

Die beschriebene Vorgehensweise der Paarung beruht auf mehreren Voraussetzungen. Erstens müssen sich aus der mathematischen Beschreibung des Linienzuges auf der Bauteiloberfläche neben der Nennlage und der Standardabweichung die statistischen Größen Schiefe und Wölbung berechnen lassen. Zweitens müssen die Datenpunkte in einer Weise

abgebildet werden, dass sie mathematisch überlagert werden können. Beim anschließenden Montagevorgang, bei dem nun beide Kontaktflächen eine Rolle spielen, muss Voraussetzung Nummer drei erfüllt sein: Es muss möglich sein, nach der Überlagerung eine Phasenverschiebung zu integrieren, um anschließend aus allen möglichen Montagevarianten diejenige mit dem besten Ergebnis (z.B. Minimum der Standardabweichung) herauszufiltern.

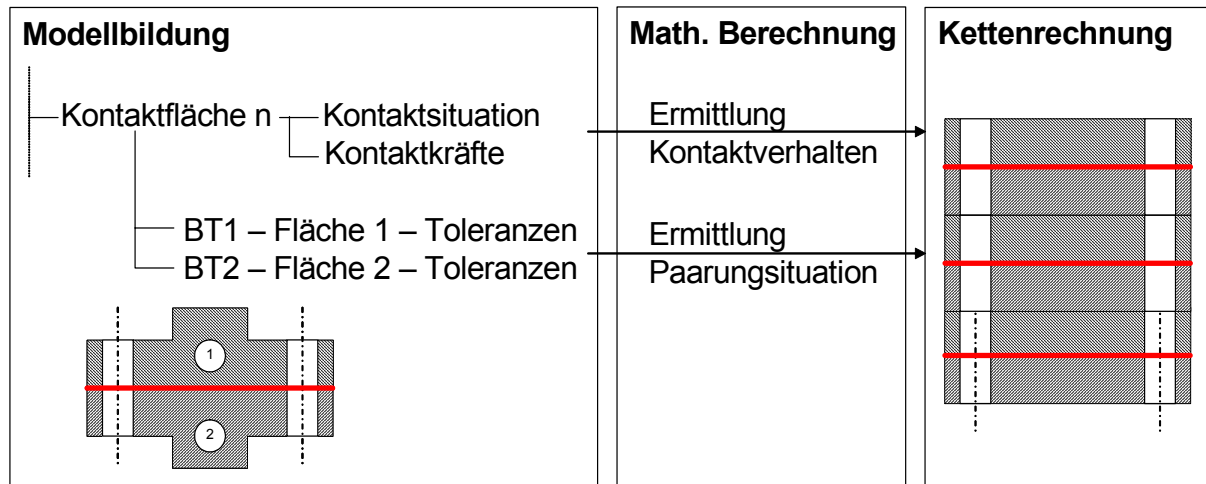


Bild 2: Prinzipielles Vorgehen bei der Überlagerung

Die berechneten statistischen Momente werden in ein kommerzielles Toleranzanalyse-system eingebunden, das zusätzlich zu diesen Daten unterschiedliche, vom Benutzer vorgegebene Toleranzkombinationen simulieren kann.

### 2.3 Darstellung der Kontaktsituation

Bei der Berechnung von elastischen Deformationen in einer Baugruppe nutzt der Produktentwickler die Methode der Finiten Elemente FEM. Allerdings ist bei der Betrachtung von mehr als einem Bauteil Vorsicht geboten, da die reale Situation nicht ohne größeren Aufwand im Rechner abbildbar ist. Um weitere Fehlereinflüsse in den Simulationsergebnissen zu reduzieren, müssen Studien Aufschluss darüber geben, welche Vernetzungsstrategie in diesem Fall die realen Umstände am besten abbildet (Bild 3).

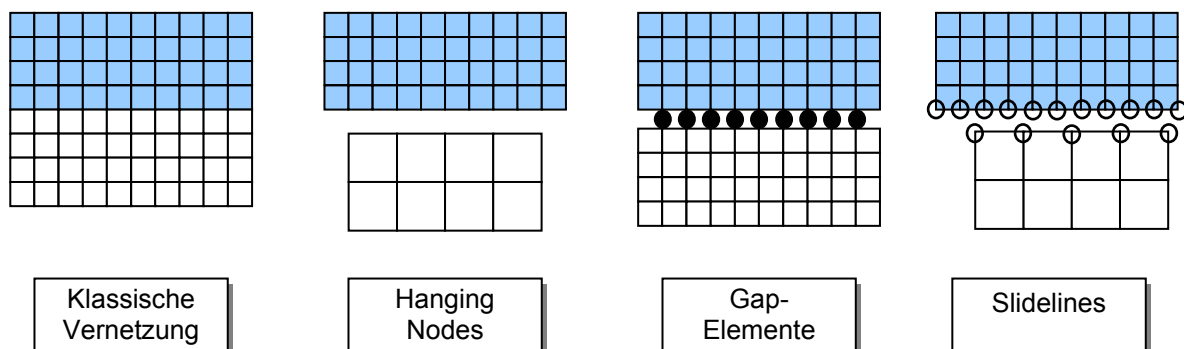


Bild 3: Vernetzungsstrategien bei Kontaktproblemen [6]

Bei der klassischen Vernetzung von Baugruppen wird ein Finite Elemente Netz durch das gesamte Modell gelegt. Dadurch entsteht eine quasi durchgängige Baugruppe, die jedoch verschiedene Materialeigenschaften, entsprechend den Einzelbauteilen, aufweisen kann. Es wird davon ausgegangen, dass sich Fügeflächen ideal verhalten, also exakt aneinander lie-

gen. Dieser Zustand entspricht zwar nicht dem realen technischen Verhalten, ist aber bei der reinen kinetischen Analyse vollkommen ausreichend. Bei der Betrachtung von elastischen Deformationen und Toleranzen kann diese Darstellung nicht akzeptiert werden, weshalb sich die klassische Vernetzung als unbrauchbar erweist.

Die Verwendung von Hanging Nodes erlaubt es den einzelnen Bauteilen sich realitätsnah zu bewegen und ermöglicht eine unterschiedliche Vernetzung der an der Montage beteiligten Bauteile. Diese Strategie wird hauptsächlich bei der Analyse großer Deformationen oder großen Bauteilbewegungen eingesetzt.

Wenn Kontaktpunkte zweier Bauteile, also Interaktionen untereinander schon vor der Finite-Element-Analyse bekannt sind, können Gap-Elemente eingesetzt werden. Dennoch wird ein durchgehendes Netz verwendet, das nur an den Kontaktpunkten der beiden Bauteile durch Gap-Elemente ersetzt wird. Globale Bauteilbewegungen können mit dieser Technik nicht ausgewertet werden.

Eine weit fortgeschrittene Möglichkeit auftretende Kontaktsituationen abzubilden, ist der Einsatz von Slidelines. Durch den Einsatz von festen/beweglichen und beweglichen/beweglichen Kontaktelementen trägt diese Technik zur Darstellung real auftretender Interaktionen zwischen den einzelnen Bauteilen einer Baugruppe bei.

### 3 Umsetzung am Beispiel

Zu Demonstrationszwecken wird eine relativ einfache Baugruppe herangezogen. Diese besteht aus zehn Kreisringen, welche aufeinander montiert und verschraubt werden. Jeder Ring hat insgesamt 16 Bohrungen zur Fixierung (Bild 4). Die Oberseite ist mit einer Parallelitätstoleranz, in Bezug auf die Unterseite, versehen. Der Toleranzwert, in Form der Standardabweichung, wird für jede Montagevariante neu berechnet und eingesetzt.

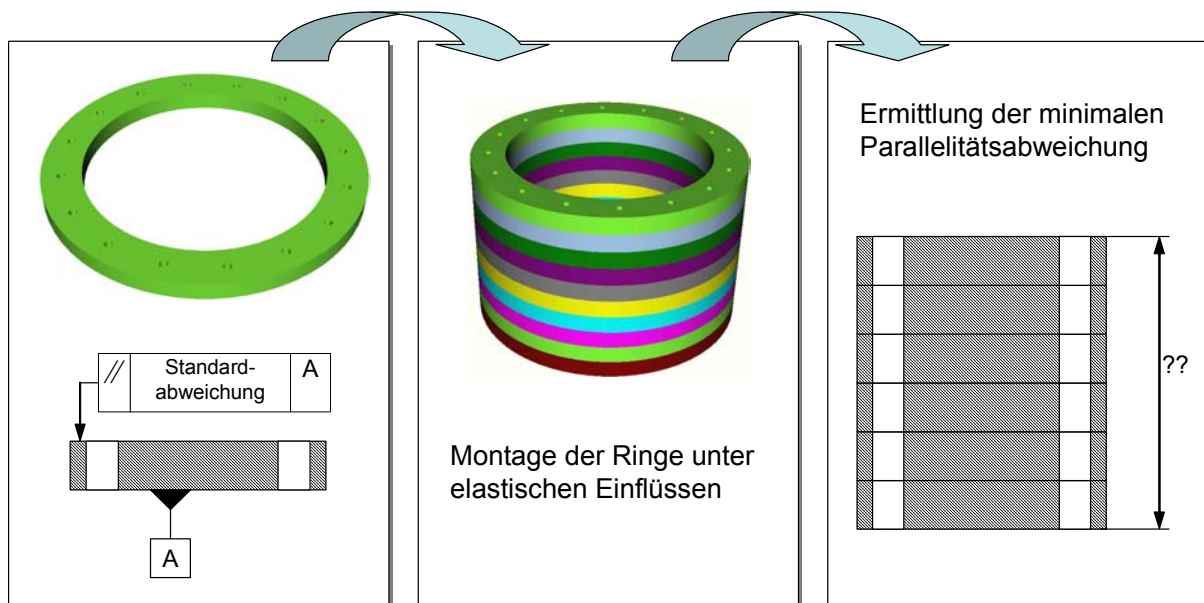


Bild 4: Kreisringförmiger Demonstrator mit dazugehöriger Tolerierung

Für die Kopplung der Einflüsse aus den Toleranzzonen und den elastischen Deformationen werden die folgenden beiden Funktionen herangezogen:

Toleranzzone	Elastische Deformationen
$y_f(x) = 0,015 \cdot \sin\left(\frac{0,428}{50}x\right)$	$y_e(x) = 0,025 \cdot \sin\left(\frac{2,286}{50}x + 1,5\right)$

Bei der beschreibenden Funktion für die Toleranzzone wird von einer Dreiwelligkeit ausgegangen, die aus dem Herstellungsprozess (z.B. Drehen) resultieren kann. Die Gleichung für die elastischen Deformationen ist durch die Verschraubungssituation bedingt und dementsprechend von der Anzahl der Schrauben abhängig (hier: 16). Die Simulation selbst wird mit Hilfe von VisVSA™, einem kommerziellem Werkzeug durchgeführt, in das sich die statistischen Daten einbinden lassen (Bild 5).

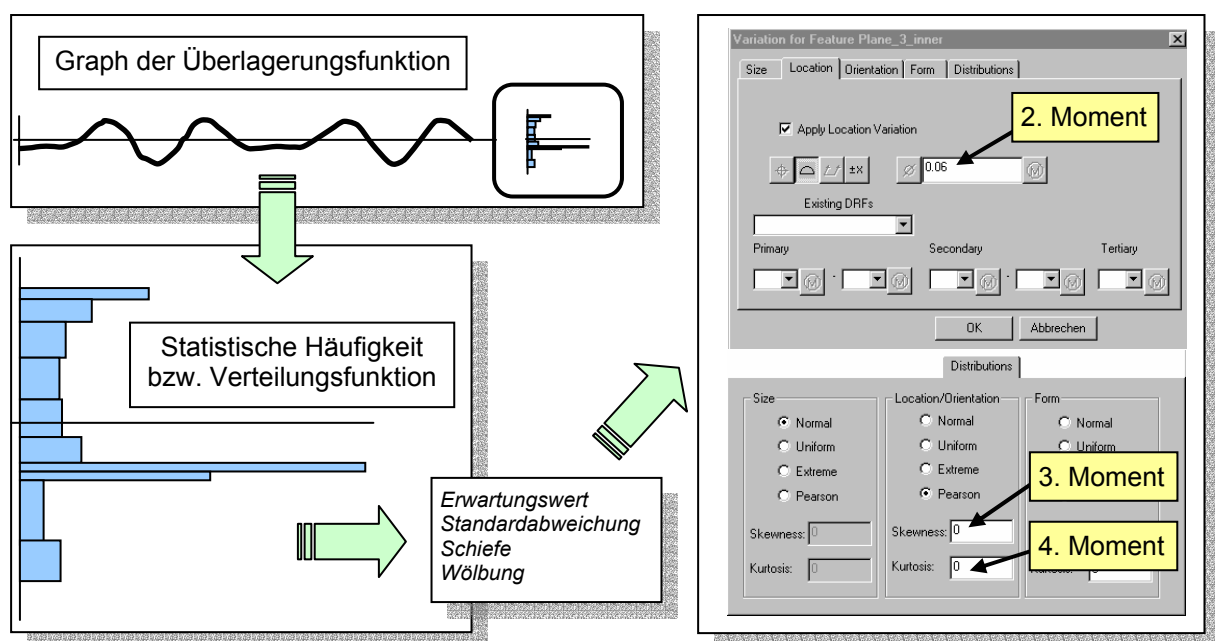


Bild 5: Ermittlung der statistischen Momente und deren Weiterverarbeitung [2]

Als Resultat liefert die Simulation die Parallelitätsabweichung einer beliebigen Anzahl übereinander montierter Ringe. Diese Funktionalität ist nicht im Standardumfang von VisVSA™ [7] enthalten und wurde dementsprechend eigens für die Aufgabenstellung programmiert.

## 4 Simulation

Bei der Simulation wird mit einer Pearson-Verteilung gearbeitet. Diese lässt sich für jede Montagevariante neben der Definition von Nenngeometrie und Standardabweichung durch die Wahl der Parameter Schiefe und Wölbung neu charakterisieren. Die vier statistischen Momente wurden bereits berechnet und stehen somit für Simulationszwecke zur Verfügung. Alle Kontaktflächen, die sich zwischen jeweils zwei Ringen befinden, werden mit dem jeweiligen Wertepaar (Schiefe und Wölbung) sowie der Standardabweichung als Toleranzbereich belegt. Bei jeder neu gestarteten Simulation werden die Parameter angepasst und die Ergebnisse in Form der Prozessfähigkeitswerte  $c_p$  und  $c_{pk}$  protokolliert, um eine Qualitätsausgabe machen zu können. Darüber hinaus wird die Standardabweichung der durchgeführten Messung betrachtet. Diese steht in VisVSA™ für die Größe der Toleranzzone und gibt im Falle der selbst programmierten Messung die Parallelitätsabweichung der gesamten Bau-

gruppe an. Einen Vergleich ausgewählter Werte der Resultate mit und ohne Berücksichtigung zusätzlicher statistischer Daten liefert Tabelle 1:

	<b>Toleranzrechnung</b>	<b>Kopplung Toleranzen und elast. Def.</b>
<b>Erwartungswert</b>	1,0309	1,0547
<b>Standardabweichung</b>	0,7679	0,7848
<b>c<sub>p</sub>-Wert</b>	0,0493	0,0405
<b>c<sub>pk</sub>-Wert</b>	-0,3130	-0,3008

Tabelle 1: Vergleich bestimmter Referenzwerte

Es kann die Behauptung aufgestellt werden, dass durch die Einflüsse resultierend aus den Parametern „Schiefe“ und „Wölbung“ ein genaueres Simulationsmodell geschaffen wird.

Besonders an diesem Beispiel ist auffällig, dass eine Einbindung elastischer Deformationen in die rechnerunterstützte Toleranzanalyse, zu „schlechteren“ Ergebnissen führt, als bei der reinen Toleranzrechnung. Die Standardabweichung, die hier die Parallelitätsabweichung der gesamten Baugruppe angibt, steigt um etwa 2%. Dies ist darauf zurückzuführen, dass zwar die Montageschritte erfolgreich durchführbar sind, jetzt aber zusätzlich Einflüsse aus den eingebundenen Elastizitätsinformationen und Toleranzzonen mitspielen, dadurch also das Modell exakter wird.

## 5 Erweiterung des bestehenden Ansatzes

Durch obiges Beispiel wird die Notwendigkeit der Integration elastischer Deformationen in die rechnerunterstützte Toleranzanalyse dargestellt. Wie beschrieben müssen bei der Umsetzung jedoch noch erhebliche Prämissen in Kauf genommen werden, die das Ergebnis von der Realität entfernen und damit den exakten Sachverhalt nicht hinreichend genau abbilden. Somit besteht die Notwendigkeit den vorgestellten Ansatz an reale Verhältnisse anzupassen und dementsprechend weiterzuentwickeln.

- Als grundlegende Schritte müssen erstens die beteiligten Funktionsflächen zweidimensional abgebildet und
- zweitens die vorherrschende Kontaktsituationen zu Berechnungszwecken auf Basis der Methode der Finiten Elemente dargestellt werden (vgl. Kap. 2.3).
- Die bisher benutzte rein additive Überlagerung beider Verteilungsfunktionen ist grundlegend zu überdenken und anzupassen für den 2D-Fall.

### 5.1 Übergang zu flächigen Kontaktzonen

Bei der Kopplung elastischer Deformationen und Toleranzzonen kann eine Funktionsfläche bisher nur eindimensional erfasst werden, was einem Linienzug auf der Oberfläche eines Bauteils entspricht. Im Sinne einer exakteren Modellbildung müssen beteiligte Funktionsflächen zweidimensional abgebildet werden.

Grundsätzlich bieten sich mehrere Möglichkeiten an (Bild 6):

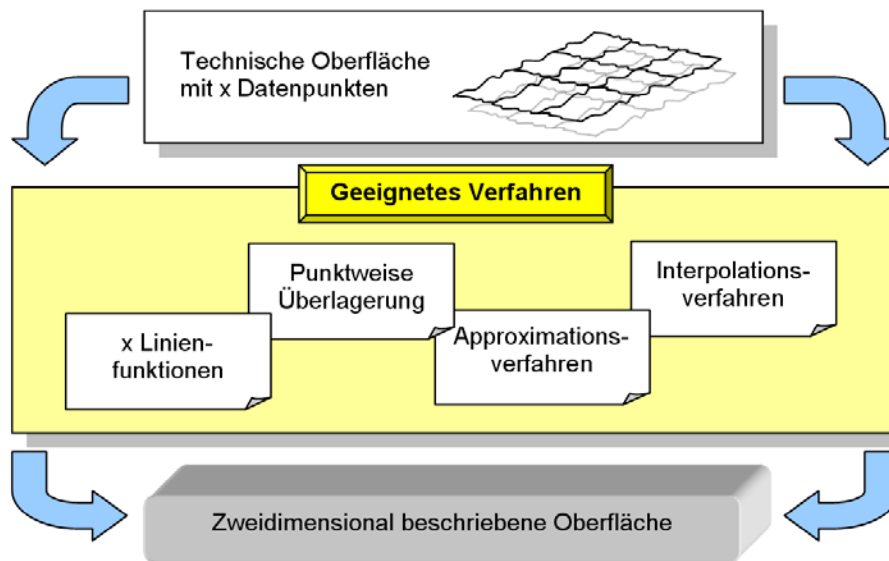


Bild 6: Möglichkeiten der Beschreibung technischer Oberflächen

Bei den „Rohdaten“ handelt es sich entweder um Knoten eines FE-Netzes oder um Oberflächenpunkte, die in der Toleranzzone liegen und durch Fertigungsabweichungen entstehen. Beiden Datensätzen gemein ist, dass lediglich die räumliche Position eines jeden Punktes, in den drei Koordinatenrichtungen vorliegt. Nun müssen diese Informationen derart verarbeitet werden, dass eine zweidimensionale Beschreibung der technischen Oberfläche entsteht. Aus mathematischer Sicht bieten sich unter anderem Interpolations- und Approximationsverfahren an, die jedoch nur bedingt, für die Anwendung sinnvolle Ergebnisse liefern [5].

Weitere Ansätze bestehen darin, dass entweder die einzelnen Linienfunktionen geeignet miteinander verknüpft oder die ursprünglichen Punktdaten direkt weiterverwendet werden. Allerdings wäre hier der Aufwand im Hinblick auf die Randbedingungen am größten. Eine zweidimensional beschriebene Oberfläche muss gewisse Kriterien erfüllen, die die sinnvolle Kopplung und somit auch die Weiterverarbeitung der Daten sicherstellen:

- Statistische Momente müssen berechenbar sein.
- Mehrere Montagezustände müssen sich durch ein Simulationsmodell darstellen lassen.
- Die Überlagerungsfähigkeit der Einflüsse muss gegeben sein.
- Beim Übergang von 1D auf 2D muss der Fehler minimal bleiben

Mit Hilfe des zu erarbeitenden Verfahrens sollen die Datenpunkte in geeigneter Weise aufbereitet werden, dass anschließend die Oberfläche vollständig erfasst und damit beschrieben ist.

## 5.2 Überlagerung der Welligkeitsfunktionen

Die Kopplung der einzelnen Verteilungsfunktionen wird momentan rein additiv und linear durchgeführt. Das heißt, dass jede Funktionsfläche zuerst einzeln betrachtet wird und somit primär die Funktionen auf Bauteilebene gekoppelt werden. Erst danach erfolgt die Überlagerung für die gesamte Baugruppe. Denkbar wäre etwa aber auch eine andere Strategie, um

eine Kombination aus Deformations- und Toleranzonenverteilungsfunktionen zu erhalten. So könnten zuerst alle vorliegenden Funktionen eines Phänomens (z. B. elastische Deformationen) betrachtet und daraus eine Gesamtfunktion ermittelt werden. Unter derartigen Strategien muss letztendlich diejenige entwickelt werden, die den realen Gegebenheiten weitestgehend entgegen kommt.

## 6 Zusammenfassung und Ausblick

Die sinnvolle Integration von elastischen Deformationen in die rechnerunterstützte Toleranzanalyse kann anhand der gewonnenen Resultate als sehr notwendig erachtet werden. Besonders im Zusammenhang mit selbst programmierten Funktionalitäten gibt sie dem Konstrukteur ein erweitertes Werkzeug an die Hand, mit dem er die Komplexität von Toleranzketten und Elastizitäten auf ein überschaubares Maß reduzieren kann. Ein besonders hervorzuhebender Punkt ist, dass durch die vorgestellte Methode reale Gegebenheiten exakter abgebildet werden können. Dennoch besteht an vielen Stellen Verbesserungs- und Weiterentwicklungsbedarf, wobei die hier vorgestellten Erweiterungen nur den Anfang darstellen.

## 7 Literatur

- [1] Lustig, R.: „Kopplung elastischer Deformationen und Fertigungsabweichungen in der rechnerunterstützten Analyse zugunsten eines einheitlichen Qualitätskriteriums“, Diplomarbeit, Lehrstuhl für Konstruktionstechnik, Universität Erlangen-Nürnberg, 2003
- [2] Hochmuth, R.: „Methoden und Werkzeuge als Teil eines Assistenzsystems zur rechnergestützten Analyse und Optimierung robuster Produkte“, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg. Düsseldorf: VDI-Verlag, 2002
- [3] Schumann, A.: „Integration von abweichungsbehafteten Schub- und Drehgelenken sowie des elastischen Bauteilverhaltens in den allgemeinen Mehrkörpersimulationsansatz für eine realitätsnahe Beschreibung des Produktverhaltens“, Diplomarbeit, Lehrstuhl für Konstruktionstechnik, Universität Erlangen-Nürnberg, 2001
- [4] Bodschwinn, H.; Seewig, J.: „Moderne Methoden der Signalverarbeitung zur Welligkeitsmessung durch Abgrenzung des Welligkeitsanteils gegenüber Rauheit und Form“, Tagungsband zum 9. Internationalen Oberflächenkolloquium, Chemnitz, 1996, Seiten 79-89.
- [5] Bronstein I. N.; Semendjajew K. A.: „Taschenbuch der Mathematik“, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/Main, 1998.
- [6] N. N.: „Assembly Analysis: Considering Techniques for Accuracy“, [www.ansys.com](http://www.ansys.com)
- [7] N. N.: „Solutions, Training Manual“, Schulungsunterlagen. Engineering Animation Incorporated, 2321 North Loop Drive, Ames, Iowa 50010

Dipl.-Ing. Ralph Lustig  
Lehrstuhl für Konstruktionstechnik  
FAU Erlangen-Nürnberg  
Martensstraße 9, D-91058 Erlangen  
Tel: +49-9131-85-27987  
Fax: +49-9131-85-27988  
Email: [lustig@mfk.uni-erlangen.de](mailto:lustig@mfk.uni-erlangen.de)  
URL: <http://www.mfk.uni-erlangen.de>